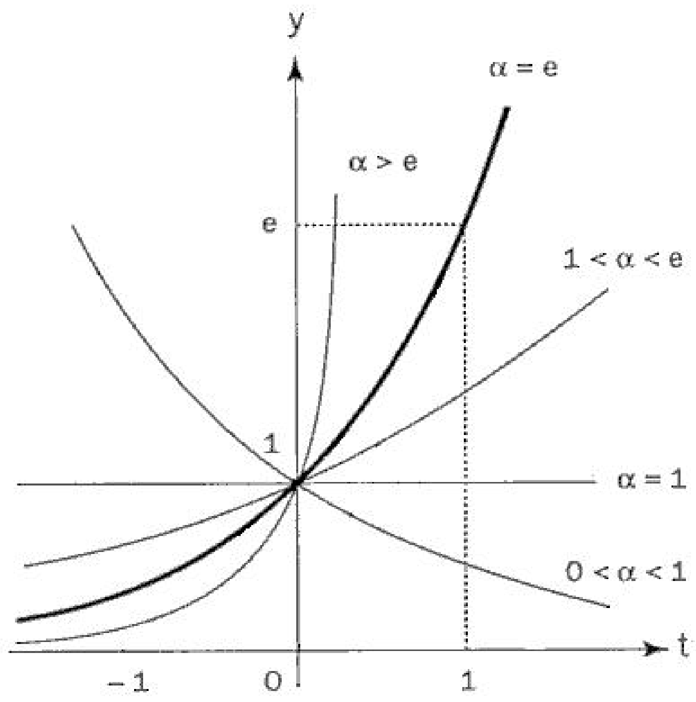
Fonctions exponentielles : $f(t) = \alpha^t$

Variable : $t \in \mathbb{R}$ *Paramètre :* $\alpha > 0$



Relations de définition

$e^t = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{t}{n}\right)^n$

$e = 2,71828182...$

$\alpha^t = e^{t\ln\alpha}$

Relations fonctionnelles

$\alpha^t\beta^t = (\alpha\beta)^t$

$\alpha^t\alpha^s = \alpha^{t+s}$

$(\alpha^t)^s = \alpha^{ts}$

Monotonie

Fonction croissante si $\alpha > 1$

Fonction constante si $\alpha = 1$

Fonction décroissante si $0 < \alpha < 1$

Limites

$\alpha^0 = 1$ quel que soit α

$$\lim_{t\to+\infty}\alpha^t = \begin{cases} +\infty & \text{si } \alpha > 1\,, \\ 1 & \text{si } \alpha = 1\,, \\ 0 & \text{si } 0 < \alpha < 1\,. \end{cases}$$

$$\lim_{t\to-\infty}\alpha^t = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha > 1\,, \\ 1 & \text{si } \alpha = 1\,, \\ +\infty & \text{si } 0 < \alpha < 1\,. \end{cases}$$

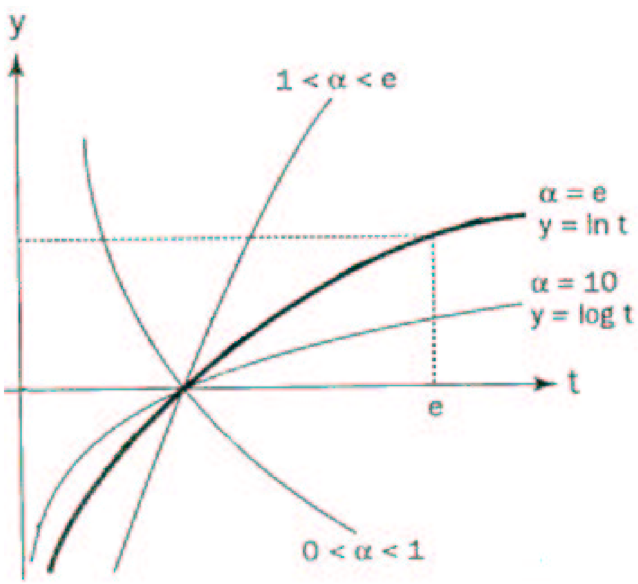
Dérivées

$\big(e^t\big)' = e^t$

$\big(\alpha^t\big)' = \alpha^t\ln\alpha$

Fonctions logarithmes : $f(t) = \log_\alpha t$

Variable : $t > 0$ *Paramètre :* $\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$



Relations de dèfinition

$y = \log_\alpha t \iff t = \alpha^y$

Cas particuliers :

$\ln t := \log_e t$ (logarithme népérien)

$\log t := \log_{10} t$ (logarithme de base 10)

Relations entre bases différentes

$\log_\alpha t = \dfrac{\ln t}{\ln\alpha}$

$\log_\beta t = \dfrac{\log_\alpha t}{\log_\alpha\beta}$

Relations fonctionnelles

$\log_\alpha(ts) = \log_\alpha t + \log_\alpha s$

$\log_\alpha(t^\beta) = \beta\log_\alpha t$

Monotonie

Fonction croissante si $\alpha > 1$

Fonction décroissante si $0 < \alpha < 1$

Limites

$\log_\alpha\alpha = 1$ quel que soit α

$\log_\alpha 1 = 0$ quel que soit α

$$\lim_{t\to+\infty}\log_\alpha t = \begin{cases} +\infty & \text{si } \alpha > 1\,, \\ -\infty & \text{si } 0 < \alpha < 1\,. \end{cases}$$

$$\lim_{t\to 0}\log_\alpha t = \begin{cases} -\infty & \text{si } \alpha > 1\,, \\ +\infty & \text{si } 0 < \alpha < 1\,. \end{cases}$$

Dérivées

$\big(\ln t\big)' = \dfrac{1}{t}$

$\big(\log_\alpha t\big)' = \dfrac{1}{t\ln\alpha}$