

**Contrôle continu du 17 octobre 2006**

*Durée 1h. Les calculatrices sont autorisées. Le seul document autorisé est un formulaire manuscrit format A4 recto-verso. Les exercices sont indépendants. Justifier les réponses données. Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation.*

**Exercice 1. [5 pts]** \_\_\_\_\_

Calculer l'intégrale suivante :

$$\int_1^2 (1 + x^2) \ln x \, dx .$$

**Exercice 2. [5 pts]** \_\_\_\_\_

Représenter graphiquement la surface limitée par les courbes  $y = x^2 - 4x$  et  $y = 2x - x^2$ . Calculer l'aire de cette surface.

**Exercice 3. [5 pts]** \_\_\_\_\_

Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe des ordonnées de la surface limitée par la courbe  $y = x^2$ , la droite  $y = 2$  et l'axe des ordonnées.

**Exercice 4. [5 pts]** \_\_\_\_\_

On injecte une dose de 200 mg d'un certain médicament par voie intraveineuse ; on désigne par  $C(t)$  la concentration du médicament dans le sang à l'instant  $t$ . A l'instant  $t = 0$ , qui correspond à la fin de l'injection, un dosage de la concentration est effectué : le résultat est de 11  $\mu\text{g/ml}$ . Après l'injection, la décroissance de la concentration  $C$  obéit à la règle suivante :

$$\Delta C = -\gamma C \Delta t$$

où  $\gamma$  est une constante positive.

Montrer que la concentration  $C(t)$  suit une loi exponentielle  $C(t) = Qe^{-\gamma t}$  où  $\gamma$  est une constante dont on précisera la valeur.

**Exercice 5. [5 pts]** \_\_\_\_\_

(a) Écrire les nombres complexes  $i + \sqrt{3}$  et  $i + 1$  en forme trigonométrique. En déduire la forme trigonométrique du nombre complexe

$$\left( \frac{i + \sqrt{3}}{i + \sqrt{2}} \right)^7 .$$

(b) Déterminer l'ensemble des nombres complexes  $z$  tels que  $z^2$  est imaginaire pur. Tracer cet ensemble dans le plan complexe.