

### Feuille de TD n<sup>o</sup> 1 : Dérivées

**Exercice 1** Déterminer la pente de la tangente à la courbe d'équation  $y = 0.1x^3$  en le point d'abscisse  $x = 2$ .

**Exercice 2** Déterminer l'équation de la droite tangente à la courbe  $y = \sin x$  en  $(\pi, 0)$ .

**Exercice 3** Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

(a)  $3x^2 + 5x + 1$  ,  $\sqrt[4]{x} + x$ ,  $x^5 - 2x + \cos x$

(b)  $x \cos x + \sin x$ ,  $\sin x \cos x + x$

(c)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ,  $\frac{1}{\sin x}$

(d)  $x \log x - x$ ,  $x^2 2^x$ ,  $2^x \log_2 x$

(e)  $\frac{ax + b}{cx + d}$ , où  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  sont des constantes fixées

(f)  $e^x \tan(x/2)$   $\frac{1 - e^x}{1 + e^x}$

(g)  $\ln(\ln(x))$ ,  $\log(\log(x))$ ,  $e^{\sqrt{x}}$

(h)  $\ln(\ln(\ln x))$ ,  $3^{\arctan x}$ ,  $3^{\tan x}$

(i)  $\sin(\ln x)$   $\log(\cos((x - 1)/x))$ ,  $e^{1/\ln x}$

**Exercice 4** Soit  $f$  une fonction dérivable sur l'intervalle  $]a, b[$ . Montrer que pour tout  $x \in ]a, b[$  où  $f(x) \neq 0$  on a :  $(\ln |f(x)|)' = \frac{f'(x)}{f(x)}$ .

Calculer les dérivées des fonctions  $f(x) = \ln |\cos x|$  et  $g(x) = \log |\log x|$

**Exercice 5** Étudier la croissance/décroissance et déterminer les éventuels points de maximum et minimum (locaux ou globaux) des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$  sur  $[0, 2]$  ;

2.  $g(x) = 3x + 1/x$  pour  $x \in ]0, 3]$

Etablir la convexité/concavité des fonctions  $f$  et  $g$ . Déterminer les points d'inflexion éventuels.

**Exercice 6** Montrer que  $\ln x \leq x - 1$  pour tout  $x > 0$ .

**Exercice 7** On considère la fonction  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  pour  $x \in [1, 2]$ . Montrer au moyen du théorème des accroissements finis que  $13/12 < \sqrt[3]{2} < 4/3$ .