

Feuille de TD n^o 2 : Intégrales

Exercice 1 Calculer les intégrales suivantes :

- (a) $\int x \sin x \, dx$, $\int \ln x \, dx$, $\int \sin^2 x \, dx$, $\int e^x \sin x \, dx$,
(b) $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$, $\int_0^1 x e^x \, dx$, $\int \sqrt{2x+1} \, dx$, $\int_0^1 \arctan x \, dx$,
(c) $\int_0^4 \sqrt{2x+1} \, dx$, $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$, $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x \, dx$,
(d) $\int \cos(3x) \, dx$, $\int \tan x \, dx$, $\int \frac{x}{x^2+1} \, dx$, $\int_0^1 x e^{-x^2} \, dx$, $\int_1^4 \frac{1}{x^2} \sqrt{1+\frac{1}{x}} \, dx$,

Exercice 2 (a) Déterminer l'aire de la région A limitée par les paraboles d'équation $y = x^2$ et $y = 2x - x^2$

(b) Déterminer l'aire de la région B limitée par le graphe des courbes $y = e^x$, $y = e^{-x}$ et la droite $x = 1$.

Exercice 3 (Intégration de fonctions rationnelles) Calculer les intégrales suivantes :

$$\int \frac{x}{(x-1)(x+1)^2} \, dx, \quad \int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + x} \, dx, \quad \int \frac{dx}{(x+1)(x^2+x+1)^2},$$

Exercice 4 (Substitution trigonométrique) Calculer les intégrales suivantes :

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} \, dx, \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}, \quad \int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} \, dx.$$

Exercice 5 Calculer l'intégrale $\int \sqrt{1+x^2} \, dx$ au moyen de la substitution hyperbolique $x = \sinh t$.

Exercice 6 Calculer les intégrales suivantes :

$$\int \sin^8 x \cos^3 x \, dx, \quad \int \sin^8(ax+b) \cos^3(ax+b) \, dx \quad (a, b \in \mathbb{R}), \quad \int \sin^4(3x) \cos^2(3x) \, dx,$$
$$\int \frac{dx}{\cos^4 x} \quad \int \sin(3x) \cos(5x) \, dx \quad \int \cos(ax+b) \cos(ax-b) \, dx$$

Exercice 7 Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

$$f(x) = \int_1^x \ln t \, dt \quad (x > 0), \quad g(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} \, dt.$$

Exercice 8 Déterminer la valeur moyenne de la fonction $\sin(2x) \cos x$ sur l'intervalle $[0, \pi]$.