

Feuille de TD n^o 3 : Intégrales impropres

Exercice 1 Calculer l'intégrale impropre $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x(x+2)}$

Exercice 2 On considère l'intégrale $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$ pour $n \in \mathbb{N}$.

- (a) Montrer que l'intégrale converge pour tout n . Calculer I_0 .
- (b) Montrer (en utilisant une intégration par parties) que $I_{n+1} = (n+1)I_n$.
- (c) Dédire de ce qui précède que $I_n = n!$.

Exercice 3 Etablir lesquelles parmi les intégrales impropres suivantes sont convergentes :

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \int_0^{+\infty} x^{-1} e^{-x} dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$$
$$\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{|x|(x^2+1)}}, \quad \int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}}, \quad \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$