

Feuille de TD n° 2 : Matrices

Exercice 1 On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Pour chaque paire de matrices ci-dessus, déterminer si possible la somme et le produit.
- (b) Écrire les matrices $3A$ et $-C$.
- (c) Déterminer la transposée de A et de B .

Exercice 2 (a) Calculer le déterminant des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$
$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1991 & 1992 & 1993 \\ 1994 & 1995 & 1996 \\ 1997 & 1998 & 1999 \end{pmatrix}.$$

- (b) Lesquelles parmi les matrices ci-dessus sont inversibles ?
- (c) Calculer, si possible, la comatrice et l'inverse des matrices A , B et C .
- (d) Calculer $\det(BD)$, $\det(A + C)$ et $\det(B^T)$.

Exercice 3 En utilisant la définition, calculer le déterminant d'une matrice $A \in M_n(\mathbb{R})$ qui est triangulaire supérieure, c'est-à-dire de la forme

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & & & & * \\ 0 & a_{2,2} & & & \\ & 0 & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & 0 & a_{n,n} \end{bmatrix}$$