Université de Lorraine – Metz
Année universitaire 2013-2014
Série et transformations
(L2, SPIAAPR)
26/11/2013

Nom :
Prénom :
No. étudiant :

Contrôle n^0 2 : Séries entières
Durée : 1 heure

Questions de cours (5 points). [Barême : (a) 1, (b) 1, (c) 1, (d) 2]

Soit $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$ une série entière de rayon de convergence $R > 0$.

(a) Ecrire la formule qui donne la série entière primitive de la série $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$

Série primitive :

(b) Ecrire la formule qui donne la série entière dérivée de la série $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$

Série dérivée :

(c) Quel est le rayon de convergence de la séries déterminée en (a) ?

Rayon :

(d) Ecrire la série entière primitive de la série entière géométrique $\sum_{n\geq 0} z^n$.
Déterminer sa somme pour z à l'intérieur du disque de convergence.

Série primitive :

Somme :

Exercice 1 (6 points) .

On considère la série entière $\sum_{n\geq 1} \dfrac{(2n)^n}{n!} (z-1)^n$.

(a) Déterminer son rayon de convergence.

Réponse et explication :

(b) Déterminer son disque de convergence.

Réponse et explication :

Exercice 2 (4 points) .

Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n\geq 1} \left(\frac{-i}{2}\right)^n z^{3n}$.

Réponse et explication :

Exercice 3 (5 points) .

On considère la série réelle $\sum_{n\geq 1} \dfrac{2^{-n}}{(3n+1)} \dfrac{1}{(x-2)^n}$.

Montrer que cette série converge absolument si $x \in]3/2, 5/2[$.

Réponse et explication :