

Feuille de TD n^o 5 : Séries de Taylor d'une fonction

Exercice 1 Exprimer les fonctions

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{(1-x)(2-x)}$$

comme somme de séries entières de variable réelle centrées en $x_0 = 0$. Déterminer l'intervalle de convergence des séries entières ainsi obtenues.

Exercice 2 (a) Montrer que la fonction $\cos x$ est développable en séries de Taylor en tout point $x_0 \in \mathbb{R}$.

(b) Déterminer le développement en séries de Taylor de la fonction $\cos x$ en $x_0 = 0$ and en $x_0 = \pi$.

(c) Dédurre de ce qui précède la série de Maclaurin de la fonction $\sin x$ ainsi que son rayon de convergence.

Exercice 3 Déterminer la série de Taylor de la fonction $g(x) = \log(x)$ en $x_0 = 1$ et en calculer son rayon de convergence.