Dérivées

Règles et propriétés de base :
Soient f et g deux fonctions :

(1) Pour toute constante c on a : $\big(cf(x)\big)' = cf'(x)$
(2) $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$
(3) $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
(4) $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
(5) $\left(\dfrac{1}{g}\right)'(x) = \dfrac{-g'(x)}{g(x)^2}$ (c'est une conséquence de (4) pour $g(x) = 1$)
(6) $(f \circ g)'(x) = f'\big(g(x)\big)g'(x)$
(7) Soit $y = f(x)$ inversible d'inverse $x = f^{-1}(y)$. Alors $\big(f^{-1}\big)'(y) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

Dérivées usuelles

Polynômes : $(\text{constante})' = 0$; $x' = 1$; $(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$.
En général pour $n = 1, 2, \ldots$ on a : $(x^n)' = nx^{n-1}$.

Fonctions trigonométriques :
$(\sin x)' = \cos x$; $(\cos x)' = -\sin x$; $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

Fonctions trigonométriques inverses :
$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

Exponentiels, logarithmes, puissances :
$(e^x)' = e^x$; $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$; pour $\alpha \in \mathbb{R}$ et $x > 0$ on a : $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$.
Pour $a > 0$ on a : $(a^x)' = (\ln a)a^x$ [car $a^x = e^{x \ln a}$]
Pour $a > 0$, $a \neq 1$ on a : $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$ [car $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$]
Cas particulier avec $\alpha = 1/n$ et $n = 1, 2, \cdots$: $\big(\sqrt[n]{x}\big)' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$

Fonctions trigonométriques hyperboliques :
Leur définition : $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$; $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$; $\tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$.
On a : $(\sinh x)' = \cosh x$ $(\cosh x)' = \sinh x$ $(\tanh x)' = \dfrac{1}{\cosh^2 x} = 1 - \tanh^2 x$