

**Feuille de TD n<sup>o</sup> 4 : Séries numériques**

**Exercice 1** Calculer les sommes partielles de la série  $\sum_{n \geq 1} u_n$  dans les cas suivants :

(a)  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

(b)  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .

En déduire la nature des séries et, si possible, leur somme.

**Exercice 2** Déterminer la somme des séries suivantes :

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

(b)  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{3}\right)^{2n}$ .

(c)  $\sum_{n=2}^{\infty} \log \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ .

[*Indication* : vérifier d'abord que  $\log \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \log \left(\frac{n+1}{n}\right) - \log \left(\frac{n}{n-1}\right)$ .]

(d)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{inx}}{3^n}$  où  $x$  est un nombre réel fixé.

(e)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(nx)}{3^n}$  où  $x$  est un nombre réel fixé.

[*Indication* : utiliser (d).]