

Feuille de TD n⁰ 3 : Suites numériques

Exercice 1 Calculer, si possible, la limite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ lorsque a_n vaut :

- (a) $\frac{n^3 + 3n - 2}{2n^4 + 2}$ (b) $\frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{2n + 1}$ (c) $\ln\left(\frac{n+1}{n-1}\right)$
(d) $\frac{n^3 + 3n - 2}{2n + e^n}$ (e) $n^{\frac{2}{n}}$ (f) $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}$
(g) $\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$ (h) $\sin(\pi n)$ (i) $\frac{\sin(\pi n)}{n}$
(j) $e^{-n} + \frac{n^2}{n^2 + 1}i$

Exercice 2 On considère les suites numériques (a_n) , (b_n) , (c_n) et (d_n) , où :

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{n} + \frac{1}{2^n} & (n > 0), \\ b_n &= \frac{3n+1}{n+1} & (n \geq 1) \\ c_n &= 2^{-n} + i & (n \geq 0), \\ d_n &= e^{in\pi} & (n \geq 0). \end{aligned}$$

- (a) Montrer que la suite (a_n) est décroissante et que la suite (b_n) est croissante. Sont-elles bornées ?
(b) Déterminer le module $|c_n|$ du nombre complexe c_n . Est-ce que la suite (c_n) est bornée ?
(c) Est-ce que la suite (d_n) est bornée ?
(d) Déterminer si (a_n) , (b_n) , (c_n) et (d_n) sont convergentes et calculer, si possible, leur limite.