

**Feuille de TD n<sup>0</sup> 3 : Suites numériques**

**Exercice 1** Calculer, si possible, la limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  lorsque  $a_n$  vaut :

- (a)  $\frac{n^3 + 3n - 2}{2n^4 + 2}$       (b)  $\frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{2n + 1}$       (c)  $\ln\left(\frac{n+1}{n-1}\right)$   
(d)  $\frac{n^3 + 3n - 2}{2n + e^n}$       (e)  $n^{\frac{2}{n}}$       (f)  $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}$   
(g)  $\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$       (h)  $\sin(\pi n)$       (i)  $\frac{\sin(\pi n)}{n}$   
(j)  $e^{-n} + \frac{n^2}{n^2 + 1}i$

**Exercice 2** On considère les suites numériques  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(c_n)$  et  $(d_n)$ , où :

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{n} + \frac{1}{2^n} & (n > 0), \\ b_n &= \frac{3n+1}{n+1} & (n \geq 1) \\ c_n &= 2^{-n} + i & (n \geq 0), \\ d_n &= e^{in\pi} & (n \geq 0). \end{aligned}$$

- (a) Montrer que la suite  $(a_n)$  est décroissante et que la suite  $(b_n)$  est croissante. Sont-elles bornées ?  
(b) Déterminer le module  $|c_n|$  du nombre complexe  $c_n$ . Est-ce que la suite  $(c_n)$  est bornée ?  
(c) Est-ce que la suite  $(d_n)$  est bornée ?  
(d) Déterminer si  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(c_n)$  et  $(d_n)$  sont convergentes et calculer, si possible, leur limite.