

Contrôle n⁰ 1 : Fonctions usuelles, nombres complexes
Durée : 1 heure

Exercice 1 (5 points) Tracer le graphe de la fonction f définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels comme suit :

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 + 2x - 3 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Exercice 2 (3+3 points) Déterminer si les fonctions suivantes, définies pour tout nombre réel $x \neq 0$, sont paires, impaires, ou bien ni paires ni impaires :

(a) $g(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

(b) $h(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} + 1}{e^{\frac{1}{x}} - 1}$

Exercice 3 (2+2 points) (a) Résoudre l'équation

$$3^x = e^{x^2}$$

(b) Soient a, b, c trois nombres réels positifs différents de 1. Calculer le produit

$$(\log_a b)(\log_b c)(\log_c a)$$

Exercice 4 (3+2 points) .

(a) Écrire la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe $z = (1 - i)e^{i\frac{\pi}{3}}$.

(b) Déterminer les nombres complexes $z = a + ib$ (avec $a, b \in \mathbb{R}$) satisfaisant l'égalité

$$|z|^2 = z^2$$