

Contrôle n° 2 : Séries numériques
Durée : 1 heure

Exercice 1 (2+2 points) .

On considère la série à termes positifs $\sum_{n \geq 1} u_n$, où $u_n = \frac{n!}{n^n}$ pour tout $n \geq 1$.

- (a) Montrer que $u_n \leq \frac{2}{n^2}$ pour tout $n \geq 1$.
- (b) En déduire la nature de la série $\sum_{n \geq 1} u_n$.

Exercice 2 (3+3+3+3 points) .

Déterminer la nature des séries numériques suivantes :

- (a) $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{2^n + n}$
- (b) $\sum_{n \geq 1} (-1)^n \frac{1}{n^3 + n}$
- (c) $\sum_{n \geq 2} \frac{n}{\ln(n)}$
- (d) $\sum_{n \geq 0} \frac{(n+1)^n}{n^{2n}}$

Exercice 3 (2+2 points) .

- (a) Calculer la somme partielle n -ème de la série numérique $\sum_{n \geq 1} (-1)^n \frac{1}{3^n}$.
- (b) Déterminer la somme de cette série.