

**Contrôle n° 2 (rattrapage) : Suites et séries numériques**  
**Durée : 1 heure**

*Dans les exercices ci-dessous, justifiez vos réponses.*

**Exercice 1 (3+3+3 points) .**

Calculer, si possible, la limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$  dans les cas suivants :

(a)  $a_n = \frac{n}{3n + 5 \ln n}$

(b)  $a_n = \frac{\sin(n) + \cos(n)}{n}$

(c)  $a_n = \frac{2^n}{3^n + n^5}$

**Exercice 2 (2+1+1 points) .**

On considère la suite  $(a_n)_{n \geq 1}$  où  $a_n = \frac{n+1}{n}$  pour tout  $n \geq 1$ .

- (a) Est-ce que la suite  $(a_n)_{n \geq 1}$  est croissante, décroissante, ou bien ni croissante, ni décroissante ?
- (b) Est-ce que  $(a_n)_{n \geq 1}$  est bornée ?
- (c) Est-ce qu'on peut déduire de (a) et (b), sans calcul, que  $(a_n)_{n \geq 1}$  est convergente ?

**Exercice 3 (3+2+3 points) .**

- (a) Calculer les sommes partielles de la série numérique  $\sum_{n \geq 1} (-1)^n \frac{1}{3^n}$
- (b) Calculer les sommes partielles de la série numérique  $\sum_{n \geq 1} \left(\frac{2}{3}\right)^n$
- (c) Déterminer, si possible, la somme de la série  $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n + 2^n}{3^n}$