

Feuille de TD n^o 2 : Nombres complexes

Exercice 1 Soient $z = 1 + 2i$, $w = 2 - i$ et $u = 2 + i$.

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z + w, \quad zw, \quad wu, \quad \frac{z}{u}.$$

Exercice 2 Soient $z = 1 + i\sqrt{3}$ et $w = 1 - i$.

(a) Déterminer la forme trigonométrique de z et de w .

(b) Calculer $\left(\frac{z}{w}\right)^{12}$.

Exercice 3 Déterminer le complexe conjugué de $z = e^{i\frac{\pi}{4}}$ et le module de $u = (1 + i)e^{i\frac{\pi}{4}}$.

Exercice 4 Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

(a) $9x^2 + 1 = 0$;

(b) $x^2 + 2x + 2 = 0$.

Exercice 5 Déterminer les nombres complexes z qui satisfont les équations suivantes :

(a) $\operatorname{Im} z = 3$;

(b) $\operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z-i}\right)$.

Exercice 6 * On pose $w = \frac{z+1}{1-\bar{z}}$ où $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 1$, est fixé. Montrer que $\frac{w-1}{z-1}$ est un nombre réel.