

**Feuille de TD n<sup>o</sup> 3 : Suites numériques**

**Exercice 1** Calculer, si possible, la limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  lorsque  $a_n$  vaut :

(a)  $\frac{n^2 + 3n - 2}{3n^3 + 2}$       (b)  $\frac{\sqrt{n^2 + n - 1}}{n + 2}$       (c)  $\frac{\cos(n)}{n}$       (d)  $\frac{n!}{n^n}$   
(e)  $\frac{n^3 + n - 2}{2n + e^n}$       (f)  $n^{\frac{1}{n}} - 1$       (g)  $\log(n + 1) - \log(n)$

**Exercice 2** Déterminer la limite de la suite de terme général  $\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)$  et de la suite de terme général  $\cos\left(\pi + \frac{\pi}{2n+1}\right)$ . En déduire la nature de la suite de terme général  $\cos\left(\left(n + \frac{1}{n}\right)\pi\right)$ .

**Exercice 3** On considère les suites numériques  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(c_n)$  et  $(d_n)$ , où :

$$\begin{aligned} a_n &= n^2 - n & (n > 0), \\ b_n &= \cos\left(\frac{3}{n}\right) & (n \geq 1) \\ c_n &= \sqrt{n-1} & (n \geq 1), \\ d_n &= \frac{2^n}{n} & (n \geq 1). \end{aligned}$$

- (a) Déterminer lesquelles parmi ces suites sont croissantes ou décroissantes.
- (b) Déterminer lesquelles parmi ces suites sont majorées, minorées ou bornées.
- (c) Déterminer lesquelles parmi ces suites sont convergentes et calculer, si possible, leur limite.

**Exercice 4** On considère la suite numérique de terme générale

$$u_n = e^{-n} + \frac{n^2}{n^2 + 1}i.$$

Est-ce cette suite est bornée ? Est-elle convergente ? Déterminer, si possible, sa limite.